

بررسی تغییرات نیروی پسای پوسته ای بر روی سطوح یخی در جریان هوا در رینولدزهای بزرگتر از 10^4

محمد مهدی حمصیان کاشانی^۱، منوچهر راد^۲
Hemmasianmfm@gmail.com

چکیده

در این مقاله با توجه به جریان دولایه ایجاد شده در روی سطوح یخی به بررسی مدل ریاضی جریان پرداخته و بر اساس نتایج تجربی، پسای پوسته ای در روی سطوح یخی با مقدار این نیرو در جریان روی سطوح، با شرط لغزش مقایسه گردیده است. بر اساس نتایج بدست آمده برای سطوح یخی می توان به جای حل معادلات بلازیوس با شرط عدم لغزش، از نتایج حل معادلات بلازیوس با اعمال شرط لغزش استفاده کرد که نتایج، به جز در محدوده کوچکی از ابتدای صفحه، از دقت خوبی برخوردار است.

کلیدواژه:

سطح یخی - نیروی پسا - شرط لغزش - جریان دولایه

۱- کارشناس ارشد مکانیک - تبدیل انرژی - دانشگاه آزاد واحد تهران جنوب

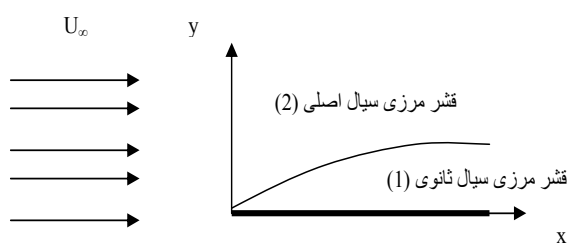
۲- استاد دانشگاه صنعتی شریف - دانشکده مکانیک

۱- مقدمه

بنابراین سیال اصلی مرز مشترکی با سیال ثانوی به جای مرز جامد تشکیل خواهد داد که این مساله با توجه به ویسکوزیته سیال ثانوی، سرعت مرز مشترک را از صفر (سرعت جدار جامد) به مقدار بیشتری افزایش خواهد داد. در نتیجه میزان تغییرات سرعت در راستای قائم در سیال اصلی کاهش می یابد که این مساله در کاهش تنش برشی و در پی آن کاهش پسا مطلوب خواهد بود.

۳- مدل ریاضی در بر دارنده جریان دو لایه

مدل ریاضی در بر دارنده جریان دو لایه بصورت زیر بیان میگردد. با توجه به شکل گیری قشر مرزی در دو سیال (شکل ۲)، معادلات اندازه حرکت و پیوستگی حاکم بر قشر مرزی تحلیل می شوند.



شکل (۱): قشر مرزی در حالتی که از سیال ثانوی استفاده می گردد [۴]

- پیوستگی سرعت و تنش در مرز سیال منظور گردیده است و جهت حفظ پیوستگی تنش نرمال مبدا مختصات واقع بر مرز مشترک انتخاب می شود. از طرفی چنین انتخابی باعث می شود که تفاوتی در موقعیت سیال ثانوی نسبت به سیال اصلی (بالا و پایین مرز) وجود نداشته باشد. بنابراین شرط مجاورت سیال ثانوی با جدار جامد لازم و کافی است [۲].

- فرض بر این است که در مرز مشترک انتقال جرم و اختلاط لایه ها صورت نگیرد.

- پایداری مرز مشترک که با وجود معادلات کلاسیک اندازه حرکت توانایی تضمین پیوستگی سرعتها و تنشها و عدم انتقال جرم بین دو سیال وجود دارد؛ ولی فرم کلی آنها در ارتباط با معضل ناپایداری مرز مشترک پاسخگوست. بنابراین جهت تحلیل هیدرودینامیکی جریان لازم است ابتدا معادله اندازه حرکت و پیوستگی تحلیل گردد تا توزیع سرعت در سیال اصلی و ثانوی معین گردد.

۳-۱- معادلات حاکم در مدل ریاضی

برای سیال ثانوی (سیال ۱) داریم:

$$\begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= \nu_1 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

و شرایط مرزی برای این سیال عبارت است از:

$$y=0 \Rightarrow u = \text{سرعت روی جدار جامد}$$

با توجه به اهمیت نیروهای وارد بر اجسام غوطه ور متحرک در سیال، و میزان انرژی که صرف مقابله با آنها می گردد، محققین درصدد یافتن راهکارهای جدید برای کاهش این نیروها هستند. بر اجسام متحرک غوطه ور در سیال دو نیروی مقاوم اصطکاکی و فشاری وارد می شود که این نیروها باید به گونه ای کاسته شوند. روشهای مختلفی برای این منظور بکار گرفته می شود. روشهایی مانند دمش، مکش، سرد کردن، تزریق سیال ثانوی در قشر مرزی و استفاده از سطوح فعال (مانند یخ خشک)، با اعمال شرایط جدید مرزی برای این بخش از سیال، جهت کاهش نیروی پسای مورد استفاده قرار می گیرند [۱]. در حالت کلی همه این روشها در دسته سطوح فعال^۱ قرار می گیرند که بایستی با صرف انرژی و یا هزینه به نتیجه مورد نظر رسید. بنابراین در استفاده از سطوح فعال برای کاهش پسای پوسته ای بهینه کردن هزینه و انرژی صرف شده با میزان پسا کاهش یافته با توجه به شرایط کاری در انتخاب روش تعیین کننده خواهد بود. استفاده از سطوح یخی به منظور کاهش پسای پوسته ای یکی از روشهایی است از نظر ساختار، به روش تزریق سیال ثانوی در لایه مرزی نزدیک است، با این تفاوت که در این روش سیالی تزریق نمی شود، بلکه بخشی از سطح تبخیر شده و منجر به تشکیل لایه ای جدید در بین لایه مرزی جریان اصلی و جدار جامد می گردد. در این مقاله با توجه به مدل ریاضی جریان دو لایه و حل معادلات جریان در حالتی که شرط لغزش^۲ جایگزین شرط عدم لغزش^۳ گردد، میزان پسا در روی سطوح یخی مورد بررسی قرار می گیرد.

۲- لایه مرزی بر روی سطوح یخی

اگر جداره از ماده ای باشد که امکان تصعید داشته باشد، مانند یخ خشک و در سرعت های بالاتر، مجاور جداره لایه ای از بخار آن ماده ایجاد خواهد شد. در روی سطوح یخی هنگامی که جریان هوا با سرعت زیاد عبور نماید در اثر کاهش زیاد فشار روی سطح، یخ تصعید شده و از حالت جامد مستقیماً به گاز تبدیل می گردد. این پدیده در یخ خشک بسیار سریع تر اتفاق می افتد، بنابراین در صورتی که تجهیزات اجازه افزایش سرعت تا حد مورد نیاز برای پیدایش تصعید را ندهند، از یخ خشک در آزمایشات استفاده می شود. گاز حاصل از تصعید، در کنار جدار جامد باقی مانده و نقش سیال ثانوی را در لایه مرزی بازی خواهد کرد. به این ترتیب جریان روی سطح دارای دو لایه مرزی است؛ یکی لایه مرزی اصلی و دیگری لایه مرزی ثانوی که بین سیال اصلی و جدار جامد قرار دارد.

1 - active surface
2 - slip condition
3 - non-slip condition

$$f \frac{d^2 f}{d\eta^2} + 2 \frac{d^3 f}{d\eta^3} = 0 \quad (۷)$$

که در آن:

$$\eta = y \sqrt{\frac{U_\infty}{\nu x}} \quad (۸)$$

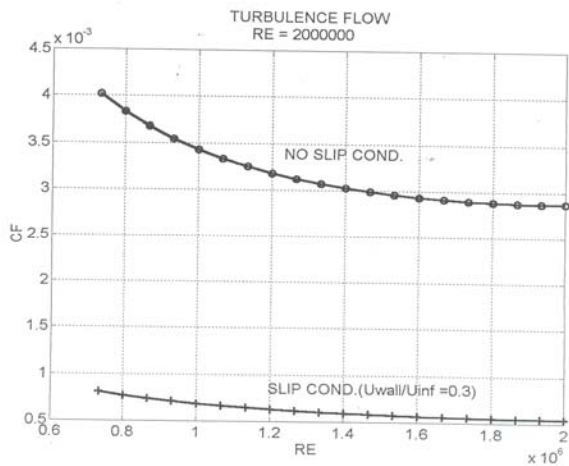
$$u = U_\infty f'(\eta)$$

$$v = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\nu U_\infty}{x}} (\eta f' - f)$$

که با اعمال شرایط مرزی، این معادلات با روش انتگرال گیری عددی حل خواهند شد. البته باید شرایط مرزی نیز به سیستم بدون بعد انتقال یابد.

۴- بررسی شرط عدم لغزش در عبور جریان از روی سطوح یخی

آنچه موجب ایجاد پسای پوسته ای در روی سطوح غوطه ور در سیال می شود، وجود تنش برشی حاصل از شرط عدم لغزش است. بنابراین اصل سیال در مرز جامد هم سرعت جدار خواهد بود و نتیجتاً تنش برشی برابر $\tau = \mu \frac{du}{dy}$ بر روی دیواره ایجاد خواهد شد. در عمل رسیدن به شرط لغزش ممکن نیست، ولی وجود نیروی پسای نزدیک به صفر، دستیابی به شرایطی نزدیک به شرط لغزش را توجیه می کند.



شکل (۳): مقایسه بین ضریب پسای در حالت لغزش (slip cond.) و حالت عدم لغزش برای جریان توربولانس در رینولدز 2×10^6 [۲]

در بعضی از شرایط مقایسه پسای پوسته ای روی جسم با حالتی که شرط لغزش را در نظر بگیریم، نتایج جالب توجهی خواهد داشت. مقایسه نتایج آزمایشگاهی اندازه گیری ضریب پسای روی سطح پوشانده شده از یخ خشک با حل عددی جریان با شرط لغزش در شکل (۴) نشان داده شده است. هم چنانکه مشاهده می گردد، ضریب پسای نزدیک به مقدار بدست آمده آن با شرط لغزش است.

پیوستگی $y = \delta \Rightarrow \dot{m} = 0$ و u, τ, σ (در مرز مشترک) برای سیال اصلی (سیال ۲) عبارتند از:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (۲)$$

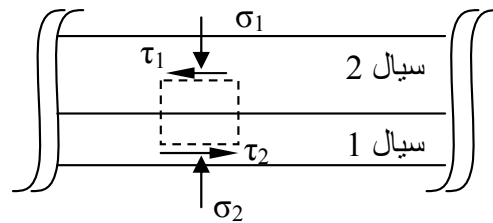
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

و شرایط مرزی در سیال ۲:

$$y = \infty \Rightarrow u = U_\infty \quad (۳)$$

۳-۲- شرط مرزی در جریان دو لایه

هرگاه دو سیال در تماس با هم باشند، یک فصل مشترک ایجاد می شود شکل (۲). در واقع چنین وضعیتی ایجاب می کند که پیوستگی سرعت و تنش در مرز مشترک حفظ گردد. برای اینکه تعبیر فیزیکی مناسبی از این شرایط مرزی حاصل گردد، المان کوچکی در مجاورت مرز مشترک در نظر گرفته می شود. چنانچه ناپیوستگی تنش در مرز وجود داشته باشد و معادله حرکت برای چنین المانی فرموله شود، آنگاه المان سمت نقطه ای داخل مرز مشترک منقبض شده و این نقطه در میان جریان شتاب بی نهایت خواهد یافت [۳].



شکل (۲): فصل مشترک دو سیال [۴]

معادلات جریان در شرایط ناپیوستگی تنش برشی و نرمال برای المان فرموله شده است:

$$\Delta \sigma = 0 \Rightarrow \sigma_1 = \sigma_2 \quad (۴)$$

و اگر $\Delta \sigma = \sigma_1 - \sigma_2 \neq 0$ در نتیجه انقباض المان را خواهیم داشت.

و از طرفی برای تنش برشی:

$$\Delta \tau = \Delta x \cdot \Delta \tau = \rho \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot a \quad (۵)$$

$$\Delta \tau = 0 \Rightarrow \tau_1 = \tau_2 \quad (۶)$$

$$\Delta \tau = \Delta y \cdot a \quad \Delta y \rightarrow 0 \Rightarrow a \rightarrow \infty$$

این معادلات به صورت ساده نشان می دهد که شرط پیوستگی در مرز مشترک اجتناب ناپذیر است. از طرفی پیوستگی سرعت، به دلیل این که یک نقطه مادی نمی تواند دو سرعت متفاوت داشته باشد، وجود دارد.

یعنی برای سیال ۱ و ۲ معادلات دیفرانسیل شبیه به معادلات زیر بدست خواهد آمد:

$$u^* = \frac{u}{u_0} = f'(\eta) \quad (13)$$

$$v^* = \frac{v}{\frac{u_0}{x}} = 0.5[\eta f''(\eta) - f(\eta)] \quad (14)$$

با جاگذاری این معادلات در معادله منتم جهت x خواهیم داشت :

$$f'''(\eta) - 0.5f(\eta)f''(\eta) = 0 \quad (15)$$

که یک معادله دیفرانسیل درجه ۳ است و برای حل نیاز به سه شرط مرزی دارد. در حل کلاسیک معادلات لایه مرزی، شرط مرزی عدم لغزش (no-slip) لحاظ می شود.

$$\begin{aligned} u|_{y=0} &= 0 \\ u|_{y=\infty} &= u_0 \Rightarrow f(0) = f'(0) = 0 \text{ \& } f'(\infty) = 1 \end{aligned} \quad (16)$$

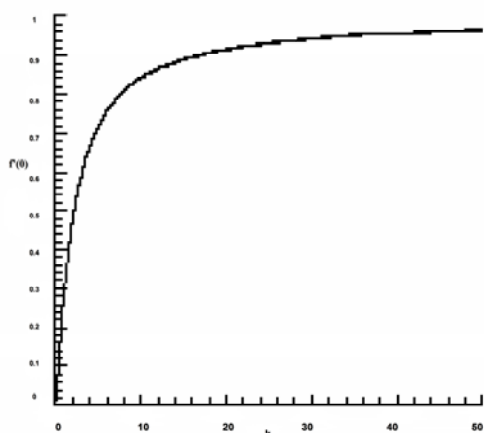
اما در حالتی که خواسته باشیم این معادلات را با جایگزینی شرط لغزش حل کنیم، روابط متفاوت خواهد بود. شرط مرزی تا بدست آمدن معادلات بلازیوس دخالت نداشت، اما پس از این نیاز به استفاده از شرط مرزی برای حل معادلات دیفرانسیلی آن خواهد بود که در اینجا شرط لغزش مورد استفاده قرار می گیرد. شرایط مرزی را در حالت جریان با لغزش مورد بررسی قرار می دهیم. هنگامی که جریان غیر لزج (سیال با لزجت بسیار ناچیز) است، شرط عدم لغزش روی دیواره با شرط لغزش روی دیواره جایگزین می شود.

برای یک دیواره همدماء، شرط لغزش به صورت زیر بیان می شود [۵]:

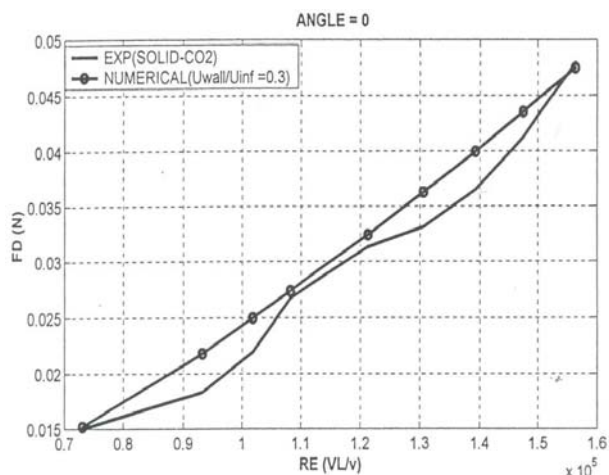
$$u_{wall} = \frac{2-\sigma}{\sigma} \lambda \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{wall} \quad (17)$$

که λ (متوسط مسیر آزاد) و σ ضریب تطبیقی منتم است. با بی بعد کردن آن خواهیم داشت:

$$f'(0) = \frac{2-\sigma}{\sigma} Kn_x Re_x^{1/2} f''(0) = K_1 f''(0) \quad (18)$$



شکل (۵): مقادیر $f''(0)$ بر حسب مقادیر مختلف K_1 [۵]



شکل (۴): مقایسه بین تغییرات نیروی پسای برای حالت یخ خشک

با حل عددی مربوط به حالت لغزش (slip cond.) [۲]

بنابر این حل معادلات لایه مرزی در روی جدار یخی با فرض لغزش نتایج قابل قبولی خواهد داد.

۵- حل معادلات لایه مرزی با شرط لغزش:

معادلات ناویر استوکس برای یک جریان غیر قابل تراکم را در نظر بگیرید:

$$\rho \frac{DV}{Dt} = \rho B + (-\nabla p + \mu \nabla^2 V) \quad (9)$$

حال اگر شرایط زیر برای یک جریان در نظر گرفته شود:

جریان دائمی و غیر قابل تراکم

جریان آرام (لایه ای)

تغییرات فشار بسیار ناچیز در جهت x

ناچیز بودن گرادیان سرعت در جهت x در مقابل گرادیان سرعت در جهت y

می توان معادلات را به صورت ساده تر نوشت :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (10)$$

و معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (11)$$

که مجموع این دو معادله به عنوان معادلات لایه مرزی شناخته می شوند.

اما بلازیوس پارامتر بی بعد η را به صورت تابعی از دو متغیر موقعیت (x, y) تعریف کرد:

$$\eta = \frac{y^*}{(x^*)^{1/2}} = \frac{y}{\left(\frac{u_0 x}{\nu}\right)^{1/2}} \quad (12)$$

و سرعتهای بی بعد به صورت تابعی از تابع جریان f :

این نتایج در مورد صفحه تخت پوشیده از یخ است؛ چون در حالت کره چه در حالت یخ خشک و چه در حالت یخ معمولی، نیروی پسای بیشتری مشاهده شده است و آن هم بدلیل جدایی سریعتر جریان بوده است.

برای سطوح یخی می توان بجای حل معادلات بلازیوس با شرط عدم لغزش، از نتایج حل معادلات بلازیوس با اعمال شرط لغزش استفاده کرد که نتایج، بجز در محدوده کوچکی از ابتدای صفحه، از دقت خوبی برخوردار است.

در مورد صفحه تخت که سطح آن از یخ خشک پوشیده شده باشد، کاهش ۲۵٪ - ۳۰٪ نیروی پسا مشاهده می شود [۳].

۷- مراجع

- [۱] باهری، ع، "بررسی تجربی کاهش پسا با استفاده از تزریق سیال ثانوی (هوا) در رینولدز بالا"، دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۸۰
- [۲] شتس، جوزف ا.، "اصول لایه مرزی"، ترجمه: دکتر محمد حسین شجاعی فرد، انتشارات دانشگاه امام حسین (ع)، ۱۳۷۹
- [۳] خیاط، م، "بررسی ضریب پسای پوسته ای در حالت ذوب یا تصعید و کاهش یا افزایش آن"، دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۷۹
- [4] Sparrow – M. Johnson V.K & Eckert, "A Two-Phase B-L and its Drag Reduction Characteristics", Applied Mech., Asme, pp.408-412, 1962
- [5] Michael J. Martin and Iain D. Boyd, "Blasius Boundary Layer Solution With Slip Flow Conditions", Department of Aerospace Engineering University of Michigan, 2006

که Re و Kn اعداد نادسن و رینولدز بر حسب x هستند و K_1 پارمتری بی بعد است که رفتار روی سطح را توصیف می کند. در اینجا نیز همانند حل بلازیوس در حالت no-slip (جریان با شرط عدم لغزش)، از متد شوتینگ برای حل عددی استفاده می کنیم. نتایج نشان می دهد که برای هر K_1 ، یک مقدار منحصر به فردی برای وجود دارد. در شکل (۵) مقادیر $f''(0)$ بر حسب مقادیر مختلف K_1 رسم گردیده است.

با توجه به شکل، با افزایش عدد نادسن و در نتیجه افزایش K_1 ، $f''(0)$ به ۱ میل خواهد کرد؛ یعنی در K_1 بی نهایت، لغزش ۱۰۰٪ خواهیم داشت. اما در اینجا با توجه به تغییر $f''(0)$ به صورت تابعی از K_1 (در طول صفحه)، جریان خود مشابه^۱، همانند حل کلاسیک بلازیوس، دیگر وجود ندارد. از طرفی معادلات بقاء ممنتوم و جرم در این روش نیز مشابه حالت حل کلاسیک ارضاء می شوند، بنابراین می توان پیشرفت و نتایج را قابل قبول دانست. با توجه فرض ناچیز بودن گرادیان سرعت در جهت x در مقابل گرادیان سرعت در جهت y که برای ساده سازی معادلات لایه مرزی مورد استفاده قرار گرفت، حل بجز در ناحیه ابتدایی صفحه، در بقیه نقاط قابل قبول است.

۶- نتایج

سطح تختی که جدار آن با یخ خشک پوشانده شده باشد، نسبت به سطح جامد با شرط عدم لغزش، نیروی پسای کمتری خواهد داشت و جدایی جریان با این ماده به تاخیر می افتد. به نظر می رسد ضخامت لایه مرزی کمتر باشد و گرادیان سرعت در دیواره نیز کمتر است.