

حل تحلیلی و شبیه سازی لولای منعطف جهت کنترل راستای نیروی پیشران تحت گشتاور خمشی

ابراهیم حریربافان^۱، سید محسن محسنی شکیب^۲، علی اکبر کریمی^۳، مجتبی حیدری^۴
Harirbafan.e@gmail.com

چکیده

لولای منعطف یکی از کارآمدترین سیستم‌ها جهت کنترل راستای نیروی پیشران در موشک‌ها سوخت جامد می باشد. در این مقاله فرمول تحلیلی جدیدی برای محاسبه سختی لولای الاستومر- فلز کروی با استفاده از تئوری الاستیسیته خطی و روش حل تحلیلی ولاسف کانترویچ که برپایه حاصلضرب جابجایی‌های بدست آمده از گشتاور خمشی می باشد ارائه شده است. همچنین لولا با نرم افزار اجزاء محدود ABAQUS شبیه سازی گردیده و تحت بارگذاری گشتاور خمشی برای برداردهی ۱۵ درجه قرار گرفته است. با توجه به ماکزیمم تنش ایجاد شده در الاستومر و گشتاور مورد نیاز در هفت حالت طراحی شده برای لولا، بهترین حالت از نظر جنس و ضخامت الاستومر بدست آمد. در انتها مقایسه نتایج حاصل از حل تحلیلی با شبیه سازی لولای منعطف توسط نرم افزار اجزاء محدود، صحت و دقت فرمول ارائه شده تحلیلی را نشان می دهد.

کلیدواژه:

لولای انعطاف پذیر- گشتاور خمشی- سختی خمشی

۱- کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، طراحی کاربردی

۲- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه امام حسین (ع)

۳- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه امام حسین (ع)

۴- کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، طراحی کاربردی

۱- مقدمه

کنترل مسیر پرواز موشک‌ها و پرتابه‌های فضایی از مهمترین مسائل در زمینه طراحی سیستم های هدایت پروازی می باشد. اختلالات پروازی (نظیر بادها) و عیوب پرتابه (نظیر عدم همراستایی نیروی پیشران و مرکز ثقل) طراحان سیستم های هدایت پروازی را واداشته تا برای تصحیح مسیر، از انواع سیستم های کنترل استفاده کنند. در موشک‌های سوخت جامد کارآمدترین سیستم هدایت، کنترل راستای نیروی پیشران با کمک اتصال انعطاف پذیر می باشد [۱]. اتصال انعطاف پذیر، یک اتصال غیر صلب آب بند فشاری بین بدنه موشک و نازل متحرک می باشد که به نازل اجازه می دهد در مسیر تعیین شده منحرف شود. انحراف نازل راستای نیروی پیشران موتور را منحرف کرده و باعث ایجاد یک گشتاور کنترلی حول مرکز ثقل پرتابه و در نتیجه تصحیح مسیر آن می شود [۲]. در زمینه تحلیل و طراحی لولای منعطف مقالات گوناگونی در زمینه علوم فضایی منتشر شده است اما در ایران بررسی های انگشت شماری در این زمینه انجام شده است. در سال ۱۹۷۳ هویت شرارد، تکنولوژی جدید و پیشرفته‌ای را در زمینه کنترل راستای نیروی پیشران ارائه کرد که باعث کاهش در وزن و نیازمندی‌های تحریک می شد، نتایج این طراحی و تحلیل برای تست استاتیک و اشتعال موتور با ابعاد واقعی در مقاله‌ای تحت عنوان توسعه تکنولوژی لولای منعطف پیشرفته ارائه شد [۳].

در سال ۱۹۷۴ گزارشی در سازمان ناسا ایالات متحده آمریکا انجام شده که به سازماندهی و گردآوری کلیه مقالات و تجربیات سازمان مربوطه در زمینه طراحی نازل‌های متحرک پرداخته است [۴]. در سال ۱۹۹۵ شیمون شانی و شلومپو پاتر موفق به توسعه یک لولای منعطف با کارایی بالا جهت کنترل راستای نیروی پیشران شده‌اند که این سیستم با موفقیت در یک شیپوره متحرک موتور سوخت جامد به کار برده شد و توانست بردار پیشران را کنترل نماید [۵]. در سال ۱۹۹۹ لی یانگ گیونگ و وانگ لیانگ، به بررسی تراکم خطی و آزمایش خستگی برای لولای منعطف پرداختند و قابلیت اطمینان خستگی لولا را در نازل منعطف موتور موشک سوخت جامد بررسی کردند [۶].

۲- حل تحلیلی

در این قسمت با بررسی وضعیت تنش - کرنش لولای الاستومر - فلز کرووی رابطه‌ای برای تعیین سختی برشی لولا در اثر گشتاور خمشی توسط روش تحلیلی ارائه شده است. بدلیل این که خواص الاستیسیته لاستیک تقریباً 10^5 تا 10^6 برابر کمتر از فولاد می باشد می توان از تغییر شکل صفحات فولادی صرف نظر کرد [۷].

بنابراین وضعیت تنش - کرنش هر لایه لاستیک را می توان بطور مستقل از تغییر شکل دیگر لایه‌های لاستیک در نظر گرفت. در روش تحلیلی، باتوجه به تغییر شکل‌های کم و با استفاده از تئوری الاستیسیته خطی در سیستم مختصات کرووی و با فرض عدم تراکم لاستیک، مسائل از طریق جابجایی حل می شوند. شکل (۱) هندسه در نظر گرفته شده در این مقاله را نشان می دهد.

در این شکل مختصات کرووی نقطه ای اختیاری (A) از لایه لاستیک نشان داده شده است که در آن شعاع نقطه، φ زاویه کرووی، θ زاویه قطبی، می باشد.

همچنین جابجایی های این نقطه اختیاری عبارتند از:

$$u - \text{جابجایی در جهت شعاع } r$$

$$w - \text{جابجایی در جهت زاویه کرووی } \varphi$$

$$v - \text{جابجایی در جهت زاویه قطبی } \theta$$

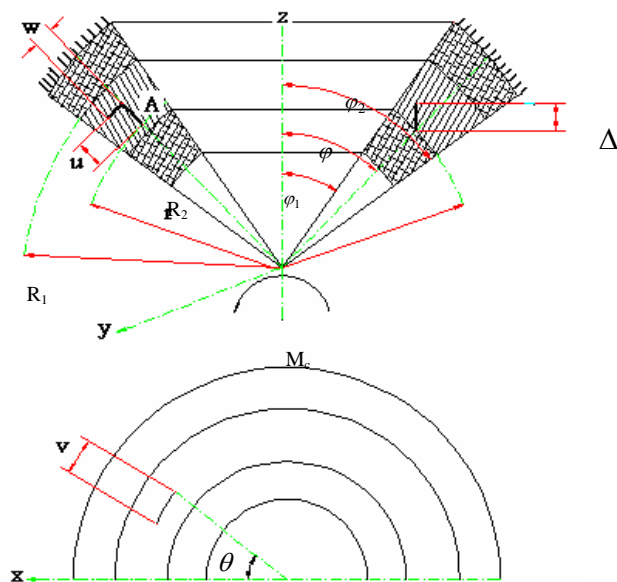
طبق شکل (۱)، در اثر اعمال گشتاور به بخش پایین لولا، لایه الاستومر به اندازه U حول مرکز کره می چرخد. برای حل تحلیلی لولا فرضیات زیر در نظر گرفته می شود:

۱- با چرخش بخش فلزی پایینی، تنش‌های ایجاد شده از نوع برش خالص می باشند یعنی $\sigma_r, \sigma_\varphi, \sigma_\theta$ و همچنین همه کرنش‌های نرمال برابر صفر خواهند بود.

۲- در حالت برش، ضخامت های لایه‌های لاستیک تغییر نمی کند که این فرض تنها در حالت تغییر شکل کم لایه‌های نازک لاستیک،

$$u = 0$$

صحیح می باشد. از آنجا خواهیم داشت:



شکل (۱): شکل شماتیک لایه لاستیک-فلز

$$\frac{\partial v}{\partial \theta} = -w \cos \phi$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{r \sin \phi} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + w \cos \phi \right) + \frac{u}{r} = 0 \Rightarrow$$

شرایط مرزی برای جابجایی w در جهت زاویه کروی ϕ عبارتست از:

$$۱. \text{ در حالت } \theta = \frac{3\pi}{2}, \theta = \frac{\pi}{2}, \text{ در هر شعاعی مقدار جابجایی } w \text{ در}$$

جهت زاویه کروی ϕ برابر صفر می‌باشد

$$w = 0 \quad (۵)$$

$$۲. \text{ در حالات } r = R_2, \theta = 2\pi, \theta = 0$$

$$w = \nu R_2 \quad (۶)$$

برای هر مقدار زاویه θ و ϕ در $r = R_1$ همه جابجایی‌ها برابر صفر هستند.

$$w = 0 \quad v = 0 \quad (۷)$$

با توجه به شرایط مرزی تابع w به شکل زیر فرض می‌شود:

$$w = \nu f(r) \cos \theta \quad (۸)$$

عبارت (۸) شرایط مرزی (۵) و عبارت (۳) را ارضاء می‌کند. تابع جابجایی v با استفاده از عبارات (۴) و (۸) بدست می‌آید:

$$\frac{\partial v}{\partial \theta} = -w \cos \phi \Rightarrow \frac{\partial v}{\partial \theta} = -\nu \cos(\theta) f(r) \cos(\phi) \Rightarrow v = \int -\nu \cos(\theta) f(r) \cos(\phi) d\theta \Rightarrow$$

$$v = -\nu f(r) \cos \phi \sin \theta \quad (۹)$$

تغییر شکل‌های زاویه‌ای با احتساب $u = 0$ بصورت زیر ساده می‌شوند:

$$\gamma_{r\theta} = r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{V}{r} \right) \quad (۱۰)$$

$$\gamma_{\theta\phi} = \frac{1}{r \sin \phi} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \sin \phi \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{V}{r \sin \phi} \right) \quad (۱۱)$$

$$\gamma_{\phi r} = r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{w}{r} \right) \quad (۱۲)$$

بعد از قرار دادن روابط (۸) و (۹) در عبارات (۱۰) تا (۱۲) و عملیات مشتق‌گیری داریم:

در روش تحلیلی، باتوجه به تغییر شکل‌های کم و با استفاده از تئوری الاستیسیته خطی در سیستم مختصات کروی و با فرض عدم تراکم الاستومر حل می‌شوند.

معادلات تعادل و شرط عدم تراکم بدون احتساب تغییرات دما به قرار زیر می‌باشند [۸]:

$$\left. \begin{aligned} & \frac{1}{r^2 \sin \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\sin \phi \frac{\partial u}{\partial \phi} \right) - \frac{1}{r^2 \sin \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} \left[\sin \phi \frac{\partial (wr)}{\partial r} \right] - \\ & \frac{1}{r^2 \sin^2 \phi} \frac{\partial^2 (vr \sin \phi)}{\partial r \partial \theta} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \phi} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{\partial s}{\partial r} = 0 \\ & \frac{1}{r} \frac{\partial^2 (vr)}{\partial r^2} - \frac{1}{r \sin \phi} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta \partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{1}{\sin \phi} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) + \\ & \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{1}{\sin \phi} \frac{\partial (v \sin \phi)}{\partial \phi} \right) + \frac{1}{r \sin \phi} \frac{\partial s}{\partial \theta} = 0 \\ & \frac{1}{r^2 \sin^2 \phi} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - \frac{1}{r^2 \sin^2 \phi} \frac{\partial^2 (v \sin \phi)}{\partial \theta \partial \phi} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 u}{\partial r \partial \phi} + \\ & \frac{1}{r} \frac{\partial (rw)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial s}{\partial \phi} = 0 \\ & \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 u)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \phi} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \phi} \frac{\partial (w \sin \phi)}{\partial \theta} = 0 \end{aligned} \right\} (۱)$$

اجزاء تانسور کرنش نیز چنین هستند [۸]:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{\partial u}{\partial r}, \quad \varepsilon_\phi = \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \phi} + \frac{u}{r} \\ \varepsilon_\theta &= \frac{1}{r \sin \phi} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + w \cos \phi \right) + \frac{u}{r} \\ \gamma_{r\theta} &= r \sin \phi \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{V}{r \sin \phi} \right) + \frac{1}{r \sin \phi} \frac{\partial u}{\partial \theta} \\ \gamma_{\theta\phi} &= \frac{1}{r \sin \phi} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \sin \phi \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{V}{r \sin \phi} \right) \\ \gamma_{\phi r} &= \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{w}{r} \right) \end{aligned} \right\} (۲)$$

در محاسبات تحلیلی، روش ولاسوف - کانترویچ بکار گرفته می‌شود در این روش جابجایی‌ها به شکل حاصلضرب دو تابع در نظر گرفته می‌شوند. یکی از این توابع به این ترتیب انتخاب می‌شود که شرایط مرزی را ارضاء کند، تا موقعی که بارگذاری‌های سطحی خارجی (M_c) ثابت باشند، مشتق آنها برابر صفر خواهد بود و تابع دوم می‌تواند از شرط انرژی پتانسیل مینیمم، نیروهای خارجی را تعیین کند.

با توجه به عبارات بیان شده در مورد تغییر شکل‌های خطی $\varepsilon_\phi, \varepsilon_\theta$ در سیستم مختصات کروی (۲) می‌توان نوشت:

$$\frac{\partial w}{\partial \phi} = 0 \quad (۳)$$

$$\varepsilon_\phi = \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \phi} + \frac{u}{r} = 0 \Rightarrow \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \phi} = 0 \Rightarrow \quad (۴)$$

$$\pi = \frac{G}{2} v^2 A \pi \int_{R_2}^{R_1} r^2 \left[F'(r) - \frac{F(r)}{r} \right]^2 dr \quad (17)$$

که در آن

$$A = \cos \phi_1 - \cos \phi_2 - \frac{\cos^3 \phi_2 - \cos^3 \phi_1}{3}$$

انتگرال بر حسب شعاع برابر است با:

$$I = \int_{R_2}^{R_1} \psi(r, f(r), f'(r)) dr \quad (18)$$

از حساب تغییرات داریم که I مینیمم خواهد بود اگر تابع $f(r)$ حل معادله تغییراتی اویلر را ارضاء کند [۱۰].

$$\frac{\partial \psi}{\partial F(r)} - \frac{d}{dr} \left(\frac{\partial \psi}{\partial F'(r)} \right) = 0 \quad (19)$$

بعد از مشتق گیری از معادله تغییراتی بالا معادله دیفرانسیل خطی را با ضرائب جابجایی بصورت زیر بدست می آوریم:

$$r^2 f''(r) + 2rf'(r) - 2f(r) = 0 \quad (20)$$

معادله مشخصه عبارتست از [۱۱]:

$$P^2 + P - 2 = 0 \\ P(P-1) + 2P - 2 = 0$$

دارای ریشه های $P_1=1$, $P_2=-2$ می باشد. حل معادله دیفرانسیل بصورت زیر می باشد:

$$f(r) = C_1 r + C_2 \frac{1}{r^2} \quad (21)$$

ثابت های انتگرال گیری C_1 , C_2 از شرایط مرزی (۶) و (۷) تعیین می شوند:

$$\begin{aligned} r = R_1 & \quad f(r) = 0 \\ r = R_2 & \quad f(r) = R_2 \end{aligned} \quad (22)$$

شرایط فوق دستگاه معادلات جبری زیر را ارائه می دهند:

$$\begin{cases} C_1 R_1 + \frac{C_2}{R_1^2} = 0 \\ C_1 R_2 + \frac{C_2}{R_2^2} = R_2 \end{cases} \quad (23)$$

$$C_1 = \frac{-R_1^3}{R_1^3 - R_2^3} \quad C_2 = \frac{R_1^3 R_2^3}{R_1^3 - R_2^3} \quad (24)$$

$$\gamma_{\phi r} = r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{w}{r} \right) = r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{vf(r) \cos \theta}{r} \right) =$$

$$r v \cos(\theta) \left(\frac{rf'(r) - f(r)}{r^2} \right)$$

$$\gamma_{r\phi} = v \left[f'(r) - \frac{f(r)}{r} \right] \cos(\theta) \quad (13)$$

$$\gamma_{r\theta} = r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \right) = r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{-vf(r) \cos \phi \sin \theta}{r} \right) = -v \cos \phi \sin \theta \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{f(r)}{r} \right) =$$

$$-v \cos \phi \sin \theta \left(\frac{rf'(r) - f(r)}{r^2} \right)$$

$$\gamma_{r\theta} = -v \left[f'(r) - \frac{f(r)}{r} \right] \cos \phi \sin \theta \quad (14)$$

$$\gamma_{\theta\phi} = \frac{1}{r \sin \phi} \frac{\partial (vf(r) \cos \theta)}{\partial \theta} + \sin \phi \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{-vf(r) \cos \phi \sin \theta}{r \sin \phi} \right) =$$

$$\frac{-vf(r) \sin(\theta)}{r \sin(\phi)} + \frac{vf(r) \sin(\theta)}{r \sin(\phi)}$$

$$\gamma_{\theta\phi} = 0 \quad (15)$$

$$f'(r) = \frac{df(r)}{dr}$$

انرژی پتانسیل نیروها برای ماده غیرقابل تراکم عبارتست از [۹]:

$$\pi = G \int_0^{2\pi} \int_{\phi_1}^{\phi_2} \int_{R_2}^{R_1} \left[\varepsilon_r^2 + \varepsilon_\phi^2 + \varepsilon_\theta^2 + \frac{1}{2} (\gamma_{r\phi}^2 + \gamma_{r\theta}^2 + \gamma_{\theta\phi}^2) \right] r^2 \sin \theta d\theta dr \quad (16)$$

که در این رابطه G مدول برشی الاستومر می باشد.

با احتساب فرضیات مورد قبول $\gamma_{\theta\phi} = 0, \varepsilon_r = \varepsilon_\phi = \varepsilon_\theta = 0$ داریم:

$$\pi = \frac{G}{2} \int_0^{2\pi} \int_{\phi_1}^{\phi_2} \int_{R_2}^{R_1} \left[\gamma_{r\phi}^2 + \gamma_{r\theta}^2 \right] r^2 \sin \theta d\theta dr \quad (16)$$

$$\pi = \frac{G}{2} v^2$$

$$\left\{ \int_0^{2\pi} \cos^2 \theta d\theta \int_{\phi_1}^{\phi_2} \sin \phi d\phi \int_{R_2}^{R_1} r^2 \left[F'(r) - \frac{F(r)}{r} \right]^2 dr \right. \\ \left. + \int_0^{2\pi} \sin^2 \theta d\theta \int_{\phi_1}^{\phi_2} \cos^2 \phi \sin \phi d\phi \int_{R_2}^{R_1} r^2 \left[F'(r) - \frac{F(r)}{r} \right]^2 dr \right\}$$

بعد از انتگرال گیری بر حسب ϕ, θ

۳- شبیه سازی با نرم افزار (ABAQUS)

هم زمان با پیشرفت فناوری طراحی و تولید وسایل و قطعات پیچیده و حساس لزوم استفاده از روش‌های علمی مناسب برای کاهش هزینه و زمان و همچنین پاسخگویی به مشکلات و نیازهای صنایع در این زمینه مطرح می‌باشد. زیرا نمی‌توان تنها با تکیه بر تجربیات، پاسخگوی طراحی و تولید ایده‌آل محصولات پیچیده و دقیق بود. استفاده از روش‌های عددی در تحلیل مسائل تحقیقاتی و تولیدی، ابزار قدرتمندی برای امکان‌سنجی و پیش‌بینی شرایط ضمنی فرآیند می‌باشد. به طوری که تقریباً هیچ یک از شاخه‌های علوم و فنون را نمی‌توان یافت که از این ابزار قوی بی‌بهره باشند [۱۲].

۳-۱- هندسه سازه

در این بخش تجزیه و تحلیل لولا با روش اجزاء محدود و با استفاده از نرم افزار ABAQUS صورت گرفته است. لولای منعطف برای موشکی با مشخصات زیر طراحی و تحلیل گردید. قطر موتور ۶۰۰ میلیمتر، نازل ثابت به قطر خروجی ۵۱۱ میلیمتر و گلویی ۱۹۰ میلیمتر، زاویه مخروط نازل ۱۳ درجه و طول نازل ۸۷۷ میلیمتر، فشار کاری موتور ۶۰ بار و دمای کاری آن ۳۲۰۰ درجه کلوین. در موشک با مشخصات فوق از نازل ثابت استفاده می‌شد که امکان هدایت برای این موشک بوسیله کنترل راستای نیروی پیشران وجود نداشت. با طراحی لولای منعطف برای این موشک قطر گلویی نازل ۱۸۵ میلیمتر تعیین شد که بسیار نزدیک به قطر گلویی نازل در حالت صلب می‌باشد. از بین طراحی‌های مختلف موجود برای لولا پس از اعمال گشتاور با کمک فرمول‌های بدست آمده از حل تحلیلی و نرم‌افزاری بهترین حالت از نظر کمینه گشتاور و تنش انتخاب شد. با توجه به شکل کلی نازل و متعلقاتش فضای ابعادی در دسترس جهت گنجاندن لایه‌های الاستومر و فلز در شکل (۲) آورده شده است. هفت حالت طبق جدول (۱) برای تحلیل و بررسی زاویه خمشی و تنش‌های وارده تخمین زده شده است [۱۳].

جدول (۱): تخمین‌های اولیه ضخامت‌های الاستومر و فلز

نوع	لایه‌های الاستومر	لایه‌های فلز	φ_1	φ_2	R_i (mm)	R_o (mm)
۱	۱۷	۱۶	۵۲/۵۵	۶۹/۲	۲۰۴/۵	۲۴۵/۵
۲	۱۴	۱۳	۵۲/۵۲	۶۹/۲۱	۲۰۴/۵	۲۴۵
۳	۲۱	۲۰	۵۲/۵۵	۶۹/۲	۲۰۴/۵	۲۴۵/۵
۴	۱۴	۱۳	۵۲/۵۵	۶۹/۲	۲۰۴/۵	۲۴۵/۵
۵	۱۲	۱۱	۵۲/۵۲	۶۹/۲۱	۲۰۴/۵	۲۴۵
۶	۱۱	۱۰	۵۲/۶۱	۶۹/۱۸	۲۰۴/۵	۲۴۶/۵
۷	۱۱	۱۰	۵۲/۶۷	۶۹/۱۵	۲۰۴/۵	۲۴۷/۵

تابع $f(r)$ برابر است با:

$$f(r) = -\frac{R_1^3 R_2^3}{R_1^3 - R_2^3} \left(\frac{r}{R_1^3} + \frac{1}{r^2} \right) \quad (25)$$

$$f'(r) = -\frac{R_1^3 R_2^3}{R_1^3 - R_2^3} \left(\frac{1}{R_1^3} + \frac{2}{r^3} \right)$$

تنش‌های مماسی عبارت خواهند بود از:

$$\tau_{r\phi} = G \gamma_{r\phi} = -3G \nu \frac{R_1^3 R_2^3}{R_1^3 - R_2^3} \frac{1}{r^3} \cos \theta \quad (26)$$

$$\tau_{r\theta} = G \gamma_{r\theta} = 3G \nu \frac{R_1^3 R_2^3}{R_1^3 - R_2^3} \frac{1}{r^3} \cos \phi \sin \theta$$

رابطه زاویه چرخش ν با گشتاور M_c از معادله تعادل قطعه فلزی پایینی به شعاع R_2 معین می‌گردد.

$$M_c = \int_0^{2\pi} \int_{\phi_1}^{\phi_2} \left[\tau_{r\theta} \Big|_{r=R_2} R_2 \sin \theta \cos \phi - \tau_{r\phi} \Big|_{r=R_2} R_2 \cos \theta \right] R_2^2 \sin \phi d\theta d\phi$$

و یا:

$$M_c = 3G \nu \frac{R_1^3 R_2^3}{R_1^3 - R_2^3} \left[\int_0^{2\pi} \sin^2 \theta d\theta \int_{\phi_1}^{\phi_2} \cos^2 \phi \sin \phi d\phi + \int_0^{2\pi} \cos^2 \theta d\theta \int_{\phi_1}^{\phi_2} \sin \phi d\phi \right] \quad (27)$$

$$M_c = 3G \nu \pi \frac{R_1^3 R_2^3}{R_1^3 - R_2^3} \left(\cos \phi_1 - \cos \phi_2 - \frac{\cos^3 \phi_2 - \cos^3 \phi_1}{3} \right)$$

سختی برش لایه i ام لولای الاستومر-فلز لولا عبارتست از:

$$K_i = 3G \pi \frac{R_{1i}^3 R_{2i}^3}{R_{1i}^3 - R_{2i}^3} \left(\cos \phi_{1i} - \cos \phi_{2i} - \frac{\cos^3 \phi_{2i} - \cos^3 \phi_{1i}}{3} \right) \quad (28)$$

جایی که $\phi_{2i}, \phi_{1i}, R_{2i}, R_{1i}$ ابعاد لایه i ام می‌باشند.

سختی برش کل لولای چند لایه ای K_c برابر است با [۸]:

$$K_c = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{K_i}} \quad (29)$$

گرفته شد. مشخصات مدل ماده دو نوع الاستومر مورد آزمایش در جداول (۲) و (۳) آورده شده است.

در جدول (۴) بیشترین تغییر طول و استحکام برای هر دو نوع الاستومر آورده شده است.

برای فلز از مدل الاستیسیته استفاده شده است. برای تعریف مدل الاستیسیته نیاز به مشخصات ناحیه الاستیک منحنی تنش و کرنش است. فلز استفاده شده در این لولا با مشخصات $E=210e9 \text{ N/m}^2$ و $\nu = 0.3$ می باشد که تنش تسلیم آن $700e6 \text{ N/m}^2$ است.

۳-۴- شرایط مرزی

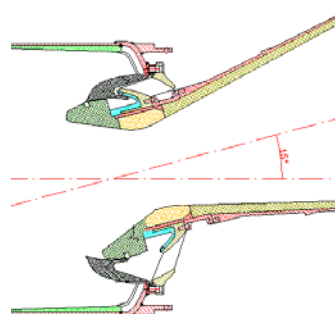
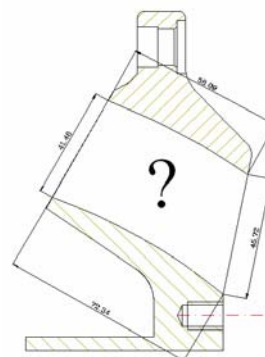
اتصال انعطاف پذیر از یک طرف به بدنه موتور توسط یک رینگ فلنچی فلزی بصورت صلب و از طرف دیگر به بدنه متحرک شیپوره متصل شده است. لذا برای اعمال شرایط تکیه گاهی، لایه بیرونی لولا که به بدنه موتور متصل است و هیچ نوع درجه آزادی ندارد، در تمام جهات مقید می گردد.

این قید در شکل (۴-الف) نشان داده شده است. بر روی لولای انعطاف پذیر دو نوع بارگذاری وجود دارد. اولین بارگذاری حاصل از فشار موتور و بارگذاری دیگر حاصل از گشتاور اعمال شده توسط تحریک کننده های متصل به شیپوره جهت چرخاندن نازل می باشد. بارگذاری گشتاور و فشار در شکل (۴-ب) نشان داده شده است.

۳-۵- نتایج شبیه سازی

شبیه سازی مدل های مختلف اتصال منعطف که تفاوت آنها در ضخامت رینگ های الاستومر و فلز می باشد در هفت حالت طراحی شده با هر دو نوع الاستومر مورد تحلیل قرار گرفت.

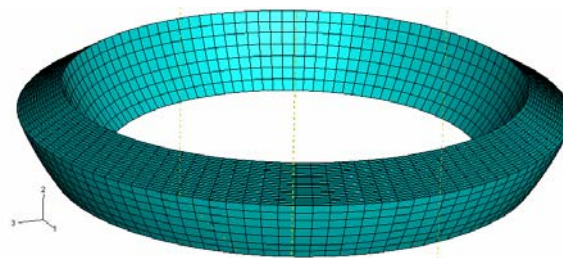
در ابتدا با استفاده از فرمول بدست آمده از حل تحلیلی (۲۸) و (۲۹) ساختی لولا در حالت های مختلف طراحی با استفاده از نرم افزار MATLAB بدست آمده که در جدول (۵) ارائه گردیده است و با توجه به رابطه $M_c = k_c \nu$ زاویه خمشی تئوری محاسبه گردیده که در جدول (۶) مشاهده می گردد.



شکل (۲): فضای ابعادی در دسترس برای طراحی لایه های الاستومر و فلز

۳-۲- المان بندی

برای این مدل سه بعدی، المان های متوازی السطوح هشت گوش انتخاب شده است که در هر گوشه شامل یک گره است شکل (۳). با توجه به اینکه در اتصال مورد نظر از دو نوع ماده (الاستومر و فلز) استفاده گردیده است برای جنس الاستومر از المان Solid(C3D8H)¹ و برای فلز از المان Solid(C3D8R)² - بدلیل تحلیل خطی فلز- استفاده می گردد [۱۴].



شکل (۳): نمونه ای از مدل شبکه بندی با المان C3D8

۳-۳- جنس

نوع رفتار ماده برای الاستومر در مقابل بارهای وارده بصورت هایپر الاستیک^۳ و نمودار تنش-کرنش آن غیر خطی الاستومر در نظر

1- Continuum (Solid) elements-8 node linear brick- Hybrid (optional)
2- Continuum (Solid) elements-8 node linear brick- Reduced integration with hourglass control
3- Hyper elastic

جدول (۲): داده های منحنی تنش- کرنش برای الاستومر نوع اول

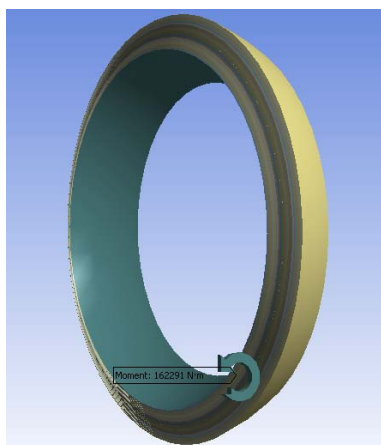
تنش (MPa)	۰	۴,۷	۶,۷	۸	۸,۷	۹,۳	۱۰,۳	۱۱	۱۱,۷	۱۲,۳	۱۳	۱۳,۸	۱۴,۶	۱۵,۴	۱۵,۹	۱۶,۱۳
کرنش	۰	۰,۲	۰,۳	۰,۴۵	۰,۶	۰,۷۵	۰,۹	۱,۰۵	۱,۲	۱,۳۵	۱,۵	۱,۶۵	۱,۸	۱,۹۵	۲,۱	۲,۲۵

جدول (۳): داده های منحنی تنش- کرنش برای الاستومر نوع دوم

تنش (MPa)	۰	۳,۶۴۷	۵,۴۷۰۶	۹,۱۱۷۶	۱۲,۷۶۴۷	۱۶,۴۱۱۸	۱۸,۲۳۵۳	۲۱,۸۸۲۴	۲۵,۵۲۹۴	۲۹,۱۷۶۵	۲۹,۱۳
کرنش	۰	۰,۰۲	۰,۰۳	۰,۰۵	۰,۰۷	۰,۰۹	۰,۱	۰,۱۲	۰,۱۴	۰,۱۶	۰,۱۷

جدول (۴): تغییر طول و استحکام الاستومرها

	نوع اول	نوع دوم
درصد ازدیاد طول نمونه های الاستومر	۲۰,۲۸	۱۵,۹۶
تنشهای استحکام نمونه های الاستومر (Mpa)	۱۶,۱۳	۲۹,۳۶۸



(ب)



(الف)

شکل (۴- الف): شرایط مرزی اعمال شده به لولای منعطف شکل (۴-ب): نیروهای اعمالی به لولای منعطف

جدول (۵): مقدار k برشی برای حالت های مختلف لولا بر اساس لاستیک نوع اول

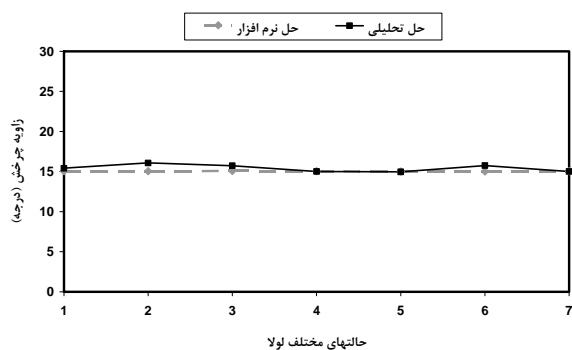
حالت اول	حالت دوم	حالت سوم	حالت چهارم	حالت پنجم	حالت ششم	حالت هفتم
K(N.m)	K(N.m)	K(N.m)	K(N.m)	K(N.m)	K(N.m)	K(N.m)
۱,۰۷۸۱۴	۹,۴۰۶e۳	۹,۷۱۰e۳	۷,۹۲۴e۳	۹,۰۳۷e۳	۹,۳۵۹e۳	۷,۳۵۲e۳

نمودار (۱) مقایسه زاویه چرخش بدست آمده در حل تحلیلی و شبیه سازی را نشان می دهد.

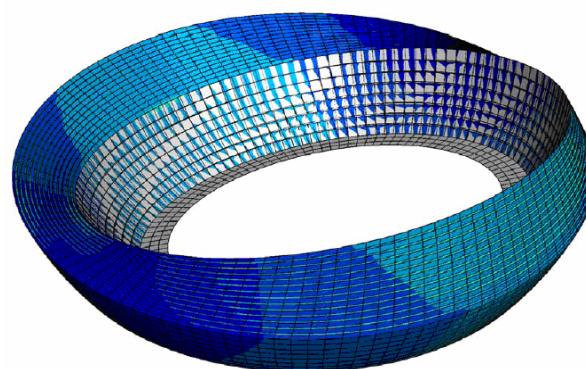
سپس با توجه به اینکه زاویه مورد نیاز جهت چرخش نازل ۱۵ درجه می باشد [۴] شکل (۵)، گشتاورهای لازم برای چرخش لولا در هفت حالت طراحی، محاسبه گردید و در جدول (۶) آورده شده است.

جدول (۶): نتایج حاصل از شبیه سازی برای لولای منعطف در حالت های مختلف برای دو نوع الاستومر انتخاب شده

حالت طراحی	نوع الاستومر	گشتاور (N.m)	حداکثر تنش ایجاد شده در الاستومر (Mpa)	تنش مجاز الاستومر (Mpa)	زاویه چرخش نرم افزار (درجه)	زاویه چرخش تحلیلی (درجه)	درصد خطا	تایید تنش
اول	اول	۲۰۰۰۰۰	۱,۷۳۲e۷	۱,۶۱۳e۷	۱۵,۰۵	۱۵,۴۲	۲,۴	×
	دوم	۳۰۰۰۰۰۰	۳,۸۵۱e۸	۲,۹۱۳e۷	۱۴,۹۶	-----	-----	×
دوم	اول	۱۶۹۰۰۰	۱,۰۳۸e۷	۱,۶۱۳e۷	۱۵,۰۵	۱۶,۰۷	۶,۳	تایید
	دوم	۲۳۸۰۰۰۰	۲,۷۳۲e۸	۲,۹۱۳e۷	۱۵,۰۲	-----	-----	×
سوم	اول	۱۷۱۰۰۰	۱,۰۴۰e۷	۱,۶۱۳e۷	۱۵,۰۷	۱۵,۷۳	۴,۲	تایید
	دوم	۲۴۳۰۰۰۰	۲,۷۷۶e۸	۲,۹۱۳e۷	۱۵,۰۳	-----	-----	×
چهارم	اول	۱۲۹۰۰۰	۹,۵۱۰e۶	۱,۶۱۳e۷	۱۵,۰۴	۱۵,۰۱	۰,۲	تایید
	دوم	۱۸۶۰۰۰۰	۱,۹۳e۸	۲,۹۱۳e۷	۱۵,۰۶	-----	-----	×
پنجم	اول	۱۵۵۰۰۰	۹,۷۱۳e۶	۱,۶۱۳e۷	۱۵,۰۱	۱۴,۹۶	۰,۳۳	تایید
	دوم	۲۱۰۰۰۰۰	۲,۱۱۲e۸	۲,۹۱۳e۷	۱۵,۰۵	-----	-----	×
ششم	اول	۱۶۵۰۰۰	۱,۰۳۳e۷	۱,۶۱۳e۷	۱۵,۰۱	۱۵,۷۴	۴,۶	تایید
	دوم	۲۳۰۰۰۰۰	۲,۶۲۷e۸	۲,۹۱۳e۷	۱۵,۰۷	-----	-----	×
هفتم	اول	۱۲۸۰۰۰	۹,۶۴۲e۶	۱,۶۱۳e۷	۱۵,۰۴	۱۵,۰۱	۰,۲	تایید
	دوم	۱۸۳۰۰۰۰	۲,۰۱۷e۸	۲,۹۱۳e۷	۱۵,۰۴	-----	-----	×



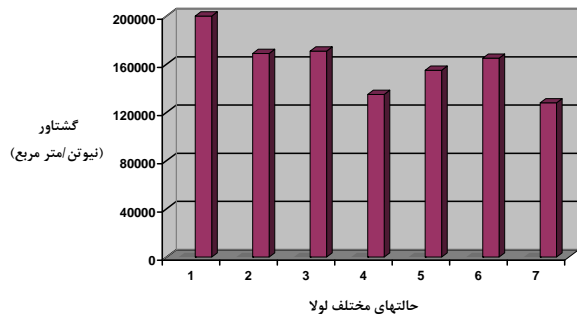
نمودار (۱): مقایسه زاویه چرخش حاصل از حل تحلیلی و شبیه سازی



شکل (۵): تغییر فرم لولای انعطاف پذیر پس از اعمال نیرو به اندازه ۱۵° توسط نرم افزار ABAQUS

۴- نتیجه گیری

۱- با توجه به جدول (۶) مشاهده می شود تنش ایجاد شده در لولا برای تمام حالت های طراحی با الاستومر نوع دوم در هنگامی که لولا به اندازه ۱۵ درجه چرخیده شود بیش از حد مجاز بوده و مطلوب نمی باشد ولی تنش در لولا با الاستومر نوع اول جهت برداردهی مورد نظر در تمامی حالت ها بجز حالت اول در محدوده مجاز می باشد.



نمودار (۲): مقایسه گشتاور مورد نیاز برای ۱۵ درجه چرخش اتصال

۵- مراجع

- [۱] ج. روشنیان، ح. کریمی مزرعه شاهی، "مقدمه‌ای بر طراحی موشک"، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دی ۱۳۷۸.
- [2] G. P. Sutton, "Rocket propulsion Element", sixth Edition, John Wiley & Sons.
- [3] H. Sherard, H. "Development Of Advanced Flex Joint Technology", AIAA PAPER, 1973.
- [4] NASA SP-8114, "Solid Rocket Thrust Vector Control", 1974.
- [5] Sh. Shani, Sh. Putter and A. Perez, "Development of a high-Performance Flexible Joint for TVC", 31st AIAA/ASME, joint Propulsion conference, 1995.
- [6] L. Young-qiong and W. Liang, "Fatigue Reliability Analysis for Flexible Nozzle of Solid Rocket Motor", AIAA Paper, 1999.
- [7] M. A. Likand and S. V. Leiof, "Application of Metal Resin Layer in the Stands and the Heavy Machinery", Kimash, 1978.
- [8] E. E. Lavendel, "Calculation of Technical Elasticity Products", Moscow, 1976.
- [9] O. C. Zienkiewicz, "The Finite Element Method: Its Basis And Fundamentals", Elsevier-S&T, 2000.
- [10] Dacorogna, "Introduction To The Calculus Of Variations", World Scientific, 2004.

[۱۱] ع. ویسی، ع. شیدفر، "ریاضیات مهندسی پیشرفته" - دانشگاه امام حسین (ع) - جلد اول.

[۱۲] ح. قاسمی، ف. ر. بیگلریو ر. درویش، "مقدمه‌ای بر نرم افزار المان محدود ABAQUS"، انتشارات یا مهدی (عج)، چاپ اول (۱۳۸۴).

[۱۳] ر. طاهری نژاد، "طراحی پیکربندی موشکها"، پایان نامه کارشناسی ارشد در رشته مهندسی مکانیک - طراحی کاربردی، تهران، دانشگاه امام حسین (ع) - دانشکده علوم و مهندسی - گروه مهندسی مکانیک ۱۳۸۶.

دلیل اختلاف نتایج بین الاستومر نوع اول و نوع دوم را می توان در میزان انعطاف پذیری یا همان درصد ازدیاد طول این دو نوع الاستومر یافت. بر اساس جدول (۴) ملاحظه می شود که درصد ازدیاد طول الاستومر نوع اول تقریباً ۱۳ برابر نوع دوم می باشد. لذا می توان نتیجه گرفت که هر چند بر اساس جدول (۴) تنش استحکام الاستومر نوع دوم تقریباً ۱/۸ برابر نوع اول است اما درصد ازدیاد طول نقش مهمتری در انتخاب نوع الاستومر در یک لولای منعطف بازی می کند. البته در صورتی می توان الاستومر با درصد ازدیاد طول بیشتر را از بین چندین نوع الاستومر انتخاب نمود که آن الاستومر توانایی تحمل تنش بدست آمده از محاسبات تئوری را داشته باشد.

۲- همانطور که در جدول (۷) نشان داده شده است هرچه اختلاف بین ضخامت‌ها بیشتر باشد مقدار تنش و گشتاور کمتر است البته اگر این اختلاف از مقدار مشخصی (نوع ۷) بیشتر گردد تاثیر منفی بر روی لولا دارد و مقدار تنش در لاستیک افزایش می یابد. با توجه به جدول (۷) و نمودار (۲) حالت چهارم بهترین حالت و بدترین حالت نوع اول است که ضخامت لایه فلز بیشتر از الاستومر است. در حالت‌هایی که ضخامت‌ها برابر می باشد هرچه لایه الاستومر ضخیمتر باشد مطلوبتر است بنابراین در حالت‌های دوم، سوم و ششم که ضخامت‌ها یکسان است حالت ششم با ضخامت الاستومر ۲ میلیمتر مطلوبتر می باشد.

جدول (۷): مقایسه بین ضخامت‌ها و گشتاور مورد نیاز

مقدار تنش در الاستومر (Mpa)	گشتاور شبیه سازی (N.m)	اختلاف ضخامت‌ها (mm)	ضخامت فلز (mm)	ضخامت الاستومر (mm)	حالت
۱۷,۳۲	۲۰۰۰۰	-۰,۵	۱,۵	۱	نوع ۱
۱۰,۳۸	۱۶۹۰۰	۰	۱,۵	۱,۵	نوع ۲
۱۰,۴۰	۱۷۱۰۰	۰	۱	۱	نوع ۳
۹,۵۱۰	۱۳۵۰۰	۱	۱	۲	نوع ۴
۹,۷۱۳	۱۵۵۰۰	۰,۵	۱,۵	۲	نوع ۵
۱۰,۳۳	۱۶۵۰۰	۰	۲	۲	نوع ۶
۹,۶۴۲	۱۲۸۰۰	۲	۱	۳	نوع ۷

نمودار (۲) مقایسه بین هفت حالت اتصال با توجه به گشتاور مورد نیاز را نشان می دهد.

- [14] Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Inc, Elements with ABAQUS/Standard version 6.6, Pawtucket Island, 2006.